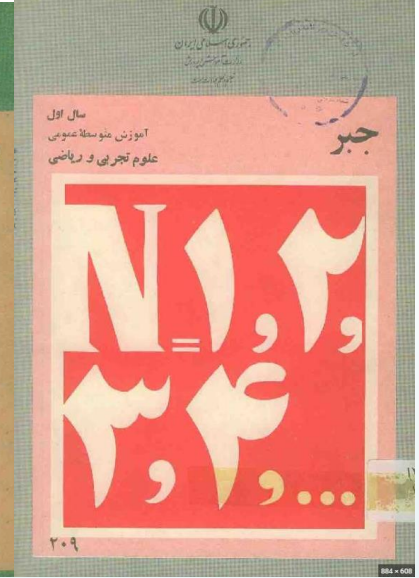
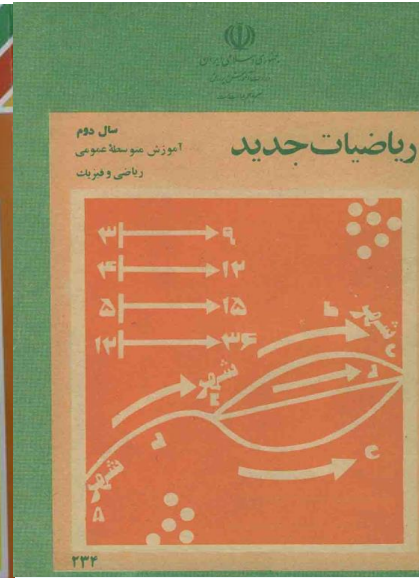
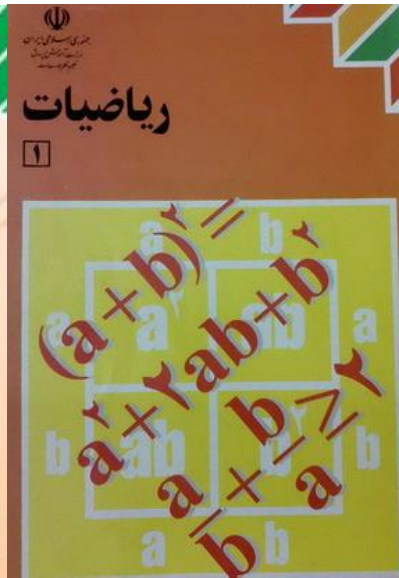


مروری بر ساختار و رویکردهای آموزشی کتابهای ریاضی مدرسه ای ایران

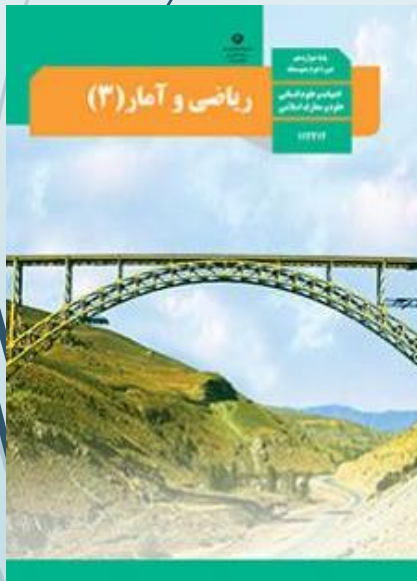
قسمت دوم - ۲ مهر ۱۳۹۹

ابراهیم ریحانی

دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی



تصاویر جلد کتاب های ریاضی قدیم و جدید



برخی از رویکردها و فرآیندهای نوین آموزشی در کتاب های درسی جدید ریاضی

3

➤ حل مسئله

➤ راهبرد های حل مسئله

➤ راه حل های چند گانه - حل مسئله به روش های مختلف

➤ مسائل باز پاسخ

➤ طرح مسئله

➤ بررسی بدفهمی ها

➤ استدلال

➤ گفتمان ریاضی

➤ اتصالات و ارتباطات ریاضی

➤ بازنمایی های ریاضی

مسائل بسته پاسخ

4

مسائل رایج مورد استفاده در آموزش ریاضی هم در دوره ابتدایی و هم متوسطه یک ویژگی مشترک دارند که یک و تنها یک پاسخ صحیح دارند. مسائل به گونه ای فرمول بندی شده اند که پاسخ ها صحیح یا غلط هستند و پاسخ صحیح یکتاست. این گونه مسائل را بسته یا کامل می نامیم (شیمادا و بکر، ۱۹۷۷).

یئو (۲۰۱۵) دیدگاه متفاوتی نسبت به تعریف مسائل بسته-پاسخ دارد و معتقد است مسائلی را می توان بسته-پاسخ نامید که تعداد پاسخهای آن محدود باشد، بدین معنا که تعیین کردن تمام پاسخهای صحیح ممکن است.

۱- جرم یک هندوانه ۵ کیلوگرم و ۵۰۰ گرم است. جرم یک هندوانه ی دیگر ۴ کیلوگرم و ۷۰۰ گرم است. جرم این دو هندوانه روی هم چقدر می شود؟

تمرین

۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2$$

مسئله باز پاسخ

5

مسئله ی بازپاسخ، مسئله ای است که پاسخ های صحیح **متعددی** برای آن وجود دارد و دانش آموزان می توانند در **سطحی** که مناسب است، به آن پاسخ دهند و سطح معمول درک خود را نشان دهند(کای کو، ۲۰۰۹).

در حل مسئله باز- پاسخ مسئله **چندین پاسخ احتمالی** خواهد داشت که می توان آن ها را به **چندین روش** به دست آورد و تمرکز نه بر روی پاسخ مسئله، بلکه بر شیوه های رسیدن به پاسخ است (بیکر و شیمادا، ۱۹۹۷ نقل شده در مکینتاش و جرت ۲۰۰۰، ترجمه زهرا گیلک و زهراگویا).

همان گونه که دریافت از راه دو حس مختلف را ترجیح می دهیم، به همان گونه متقاعد شدن از راه دو استدلال متفاوت را ترجیح می دهیم(پولیا).

مثال هایی از مسئله بسته پاسخ و مسئله باز پاسخ متناظر

مسئله (بسته پاسخ): نمرات ۸ دانش آموز در یک آزمون ریاضی به شرح زیر است :

۴۲، ۴۳، ۴۲، ۵۵، ۵۴، ۴۴، ۴۸، ۵۲ و ۴۲

میانگین نمرات را بدست آورید.

مسئله باز - پاسخ (متناظر): ۸ عدد بیابید که میانگین آنها ۵۰ باشد.

۸ عدد متمایز بیابید که میانگین آنها ۵۰ شود.

مسئله (بسته پاسخ): ۴۰ درصد عدد ۱۰۰۰ با درصد عدد ۵۰۰ برابر است.

مسئله باز - پاسخ (متناظر): ۲۰ درصد عدد با درصد عدد ۲۰۰ برابر است.

دانش آموزان با استفاده از سوال باز-پاسخ اطمینان می یابند که آنها از ابتدا قادر به ارائه پاسخ صحیح به سوال معلم می باشند. از لحاظ روانشناسی این وضعیت بسیار مثبت است (اسمال، ۲۰۱۷).

به عقیده سنچز (۲۰۱۳) سوالات باز-پاسخ، بر جنبه های مفهومی تمرکز دارند و پتانسیل آشکارسازی درک و بدفهمی های دانش آموزان را دارند.

تکالیف باز-پاسخ، به علت ماهیتی که دارند به دانش آموزان فرصت می دهند که مسئولیت بیشتری را برای شکل پاسخ به عهده بگیرند (کلارک، ۲۰۱۱).

تکالیف باز-پاسخ بستری را برای شکوفایی خلاقیت و تخیل شاگردان فراهم می نمایند.

استانداردهای فرایندی و مسئله باز پاسخ

8

اینگونه مسائل می توانند بر آموزش **استانداردهای فرایندی** تمرکز کنند زیرا وقتی از دانش آموزان ارائه راه حل‌های مختلف درخواست می شود، آنها اغلب از **بازنمایی های مختلف** استفاده می کنند، همچنین آنها استدلال خود را توضیح می دهند و بین موضوعات مختلف ریاضی **ارتباط** برقرار می کنند. اگرچه دانش آموزان برای پاسخگویی به مسئله باید به برخی از دانش رویه ای خود تکیه کنند، اما باید تصمیم بگیرند که کدام رویه ها را به کار گیرند. آنها تنها رویه های گام به گام را ارائه نمی دهند بلکه هم در حل مسئله و همچنین **اثبات و استدلال** درگیر می شوند و باید بین موضوعات مختلف ریاضی **اتصال** برقرار کنند (سنچز، ۲۰۱۳ و کلارک، ۲۰۱۱).

A dark grey arrow points to the right from the left edge of the slide. Below it, several thin, light blue lines curve upwards and to the right, resembling stylized grass or reeds.

کدامیک از اعداد زیر با بقیه متفاوت
است؟

۱۵ ۲۰ ۲۳ ۲۵

مسئله ی بازپاسخ: کدامیک از اعداد زیر با بقیه متفاوت است؟

۱۵ ۲۰ ۲۳ ۲۵

۲۰ زیرا تنها عدد زوج در بین بقیه اعداد است.

۲۵ زیرا مربع کامل است.

۲۳ زیرا عددی اول است.

۱۵ زیرا دهگان آن فرد است.

۱۵ زیرا حاصلضرب دو عدد اول دو قلو (۳ و ۵) است.

۲۰ زیرا حاصلضرب ارقام آن صفر است.

۲۳ زیرا سه تای دیگر (۲۵ و ۲۰ و ۱۵) اضلاع یک مثلث قائم الزاویه هستند.

۱۵ زیرا حاصلضرب ارقام آن فرد است.

۲۵ زیرا بر خلاف سه تای دیگر نمایش ساعتی از شبانه روز نیست.

... نظر شما چیست؟

مسئله ی بسته پاسخ (خدابنده، ۱۳۹۸)

سوالات بسته-پاسخ	حیطه موضوعی
۱- ۴۰ درصد عدد ۱۰۰۰ با درصد عدد ۵۰۰ برابر است.	حیطه اعداد
۲- حاصل عبارت زیر را بدست آورید. $3^2 \times 3^4 =$	
۳- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $-\frac{3}{5}, 1, \frac{3}{2}, 4, \frac{5}{7}, -25$ _____ < _____ < _____ < _____ < _____	
۴- در جای خالی علامت $<=>$ قرار دهید. $(-4)^3 \bigcirc 2^4$	
۵- در جای خالی علامت $<=>$ قرار دهید. الف) $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} \bigcirc \frac{4}{5} \times 5$ ب) $\frac{3}{7} \times \frac{7}{4} \bigcirc \frac{4}{5} \times \frac{5}{3}$	
۶- زهرا ۲۰۰۰ تومان پول داشت؛ او $\frac{3}{4}$ پولش را خرج کرد. چند تومان از پول او باقی مانده است؟	

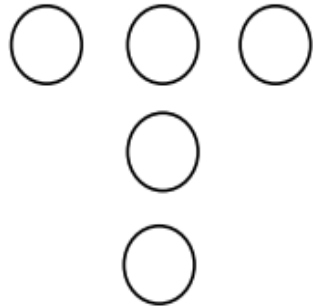
مسئله ی باز پاسخ (خدا بنده ۱۳۹۸)

12

سوالات باز- پاسخ	حیطه موضوعی
۱- ۲۰ درصد عدد با درصد عدد ۲۰۰ برابر است.	حیطه اعداد
۲- دو عدد توان دار را ضرب کردیم و حاصل $۱۲^۸$ شد. دو عدد توان دار چه می توانند باشند؟	
۳- سه عدد صحیح و سه عدد گویا را به دلخواه بنویسید. اعداد صحیح: ، ، اعداد گویا: ، ، اکنون این شش عدد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. _____ < _____ < _____ < _____ < _____ < _____	
۴- در جای خالی اعداد طبیعی مناسب بنویسید به گونه ای که عبارت درستی را بسازند. $(-۲) \bigcirc > ۳ \square$	
۵- در هر قسمت اعدادی بنویسید تا رابطه های زیر درست باشد. الف) $\frac{۲}{۳} \times \bigcirc = \frac{۱}{۲} \times \square$ ب) $\frac{۲}{۳} \times \square > \frac{۱}{۲} \times \bigcirc$	
۶- علی ۲۵۰۰ تومان پول داشت. او $\frac{۳}{۵}$ پولش را مسئله بالا را کامل کرده و آن را حل کنید.	

مجموع (نفر ۳۰۴)	نمونه دولتی (نفر ۲۸)	شاهد (نفر ۲۲)	دولتی (نفر ۲۵۴)	نوع مدرسه	
				پاسخ‌های درست	
۷۲	۹	۱۴	۴۹	۱- استفاده از کسرهای موجود (یا معادل آن-ها) در سمت دیگر تساوی. به عنوان مثال: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)$	\neq \neq \times \bigcirc \parallel \neq \neq \times \square $\hat{=}$
۸۱	۸	۲	۷۱	۲- استفاده از معکوس کسرهای موجود (یا معادل معکوس آن‌ها) در همان سمت تساوی. مثلاً: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \left[2\right]$	
۳	۲	-	۱	۳- استفاده از عدد صفر در دو طرف تساوی. $\frac{2}{3} \times \left(0\right) = \frac{1}{2} \times \left[0\right]$	
۵۳	۹	۳	۴۱	۴- هر پاسخ درست دیگر. مثلاً: $\frac{2}{3} \times \left(3\right) = \frac{1}{2} \times \left[4\right]$	
۲۰۹	۲۸	۱۹	۱۶۲	مجموع پاسخ‌های درست قسمت الف	

(سلیمیان، ۱۳۹۳)



اعداد $+2$ ، $+1$ ، 0 ، -1 و -2 را طوری در دایره های شکل قرار دهید که جواب جمع در هر جهت یکسان شود (پلفری، ۲۰۰۰، ص. ۴۵).

آشکار شدن سطوح مختلف تعمیم، کشف و کاربرد خواص جمع اعداد صحیح (خاصیت جابه جایی، جمع با صفر و جمع با قرینه) شکستن این باور کلیشه ای که فقط حاصل صفر مد نظر نیست.

سلیمیان ریزی، ف.، ریحانی، ا. و بهرامی سامانی، ا. (۱۳۹۸). بررسی تأثیر رویکرد آموزشی مبتنی بر مسئله‌ی باز-پاسخ بر توانایی حل مسأله دانش آموزان پایه هفتم. پژوهش‌های آموزش و یادگیری.

(سلیمیان، ۱۳۹۳)

نکته‌ی جالبی که از مقایسه پاسخ‌برگ‌های انفرادی و گروهی این جلسه حاصل شد نشان‌دهنده‌ی این است که تعداد نظرات ثبت شده در مرحله‌ی گروهی، بیش‌تر از جمع تعداد نظرات افراد گروه در مرحله فردی بود. این موضوع بدین معناست که گروه فقط نظرات تک‌تک افراد را کنار هم قرار نداده بود بلکه افراد گروه با مشاهده‌ی نظرات متفاوت و پی بردن به خصوصیتی مانند امکان جابه‌جایی اعداد در سطر، ستون و خاصیت جابه‌جایی در جمع موفق شده بودند راه‌حلهایی را در گروه ارائه دهند که هیچ یک از اعضا به تنهایی دست نیافته بودند. نکته‌ی مهم دیگر، قوت یافتن تلاش و نقش دانش‌آموزان با سطح عملکرد پایین‌تر در گروه بود، به گونه‌ای که در سه گروه راه‌حل دانش‌آموزان ضعیف راه‌حلهایی بود که دیگران به آن دست نیافته بودند در ضمن باور آن‌ها به این که ممکن است یک نفر همه چیز را نداند در صحبت‌ها و میزان تلاش برای یافتن پاسخ صحیح دیده می‌شد. مشاهده‌ی تفاوت در پاسخ‌های صحیح باعث شده بود تا علی‌رغم پایان یافتن زمان گروهی آن‌ها تقاضای تمدید زمان را داشته باشند و با سایر گروه‌ها رقابت می‌کردند.

مسئله باز پاسخ - ریاضی پایه ششم (۱۳۹۹)

۳- با پرکردن جاهای خالی، کسرهای بزرگ‌تر از واحد بنویسید.

$$\frac{\square}{3}, \frac{\square}{7}, \frac{6}{\square}, \frac{\square}{2}, \frac{\square}{5}, \frac{\square}{\square}$$

مسئله باز پاسخ - ریاضی پایه ششم (۱۳۹۹)

۹- در جاهای خالی اعدادی بنویسید که رابطه درست باشد.

$$\frac{2}{3} \times \square = \frac{1}{4} \times \square$$

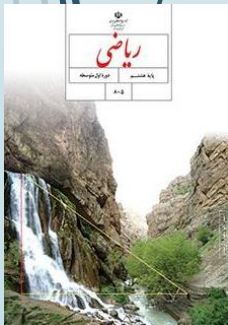
$$\frac{2}{3} \times \square < \frac{1}{4} \times \square$$

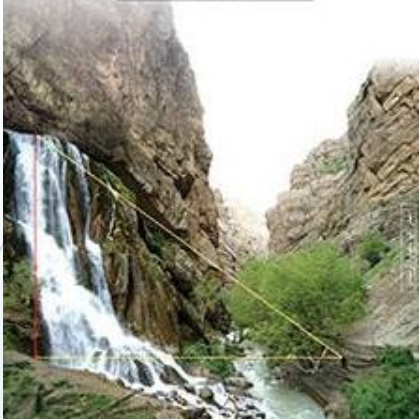
$$\frac{2}{3} \times \square > \frac{1}{4} \times \square$$

مسئله باز پاسخ - ریاضی پایه هشتم (۱۳۹۹)

۴- کدام عددهای طبیعی را می‌توان به جای \square نوشت تا نامساوی زیر درست باشد؟

$$(-2) \square > 15$$





مسئله ی باز پاسخ - ریاضی پایه هشتم (۱۳۹۹)

۲- مختصات دو بردار را که حاصل جمعشان بردار $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ باشد، بنویسید.

پاسخ خود را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید. به کمک هم، سه پاسخ مختلف دیگر

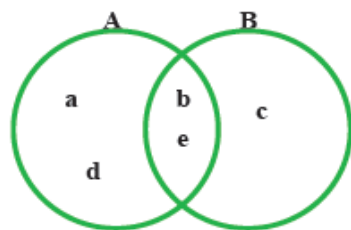
بنویسید. فکر می‌کنید این مسئله چند پاسخ دارد؟

$$\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

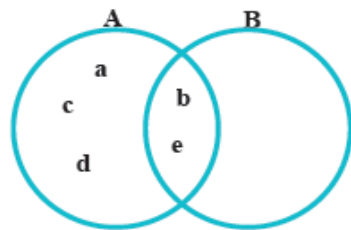
مسئله باز پاسخ - ریاضی پایه نهم (۱۳۹۹)

۱- دو مجموعه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ و $A \cap B = \{b, e\}$ را در نظر بگیرید. از دانش آموزان یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه‌های A و B را با نمودار ون نمایش دهند. پاسخ چهار دانش آموز این کلاس را در زیر می‌بینید:

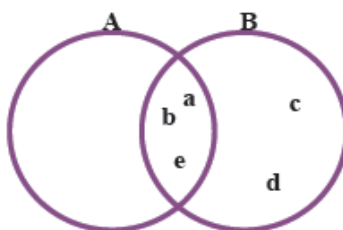
الف) دربارهٔ درستی یا نادرستی پاسخ این دانش آموزان بحث کنید و برای درستی یا نادرستی آنها دلیل بیاورید.



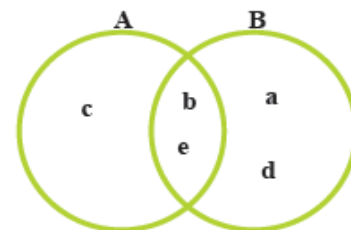
پاسخ حمیده



پاسخ ریحانه

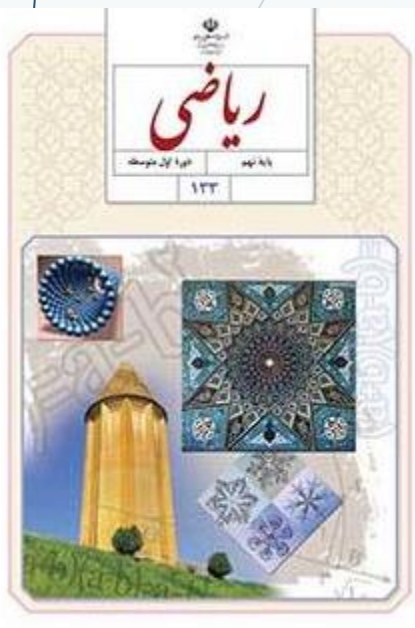


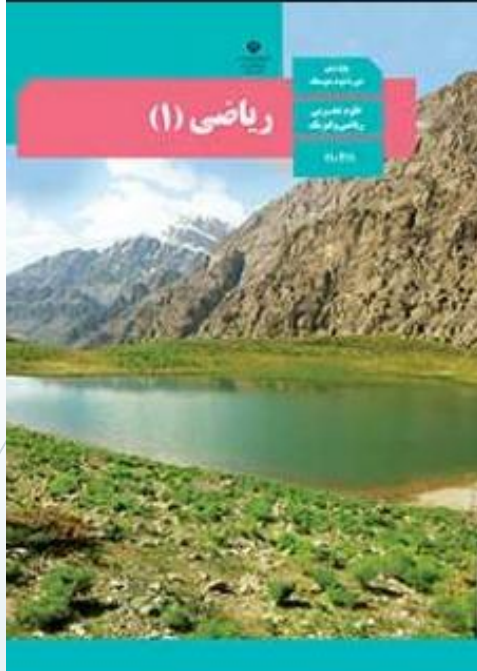
پاسخ زهرا



پاسخ حنانه

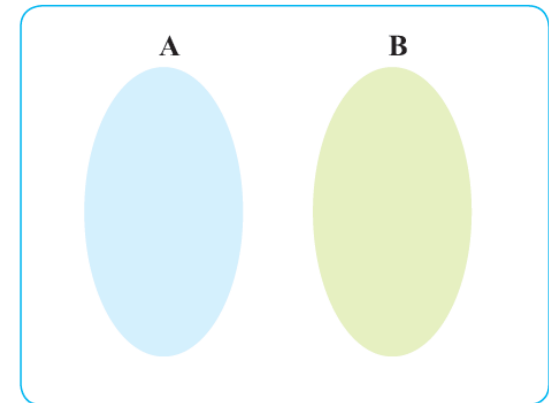
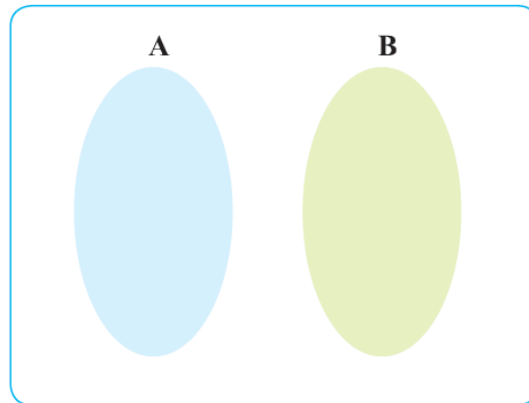
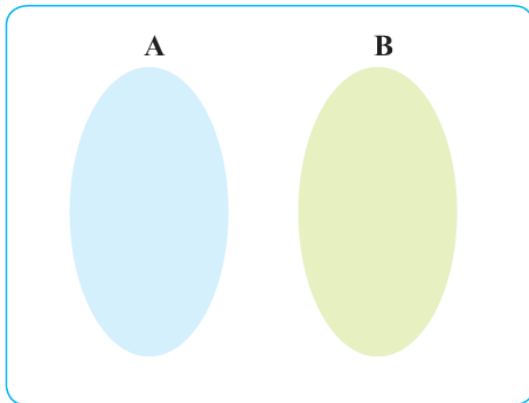
ب) آیا شما هم می‌توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ پاسخ خود را با پاسخ هم‌کلاسی‌های خود مقایسه کنید.

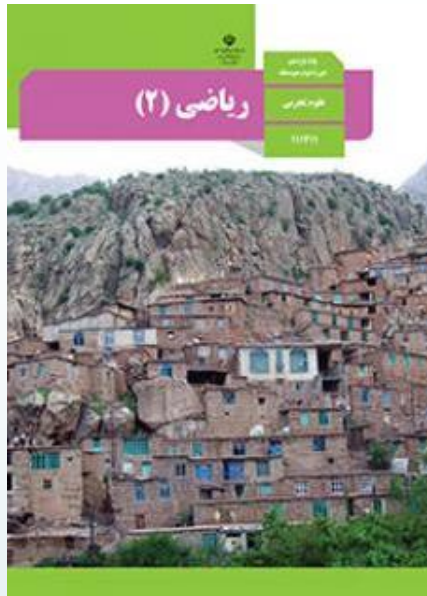




مسئله باز پاسخ ریاضی پایه دهم (۱۳۹۹)

۴ A و B مجموعه‌هایی غیر عددی‌اند، در شکل زیر در A و B اعضای دلخواه بگذارید و یک تابع از A به B به کمک نمودار پیکانی ارائه کنید. سعی کنید لا اقل سه تابع مختلف بنویسید. پاسخ خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.





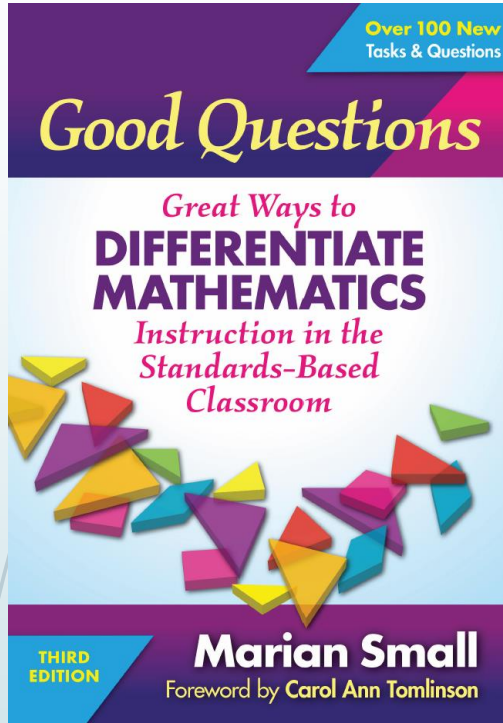
مسئله باز پاسخ - ریاضی ۲ رشته
تجربی پایه یازدهم (۱۳۹۹)

۲ مثالی از یک تابع، همراه با نمودار آن ارائه کنید که حد تابع در نقطه ۲ مساوی ۱- باشد.

۳ تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطه ۳ حد نداشته باشد. $f(3)=1$.

۴ تابعی مانند f ارائه کنید که در نقطه ۲ تعریف نشده باشد. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$.

استراتژی ساخت سوالات باز-پاسخ (اسمال، ۲۰۱۷)



- الف) طرح سوال از دیدگاهی دیگر
- ب) پرسیدن تفاوتها و شباهتها
- پ) جایگزین کردن یک عدد با یک جای خالی
- ت) ساخت یک جمله
- ث) استفاده از واژه های نرم
- ج) تغییر دادن سوال

Good Questions: Great Ways to Differentiate Mathematics Instruction in the Standards-Based Classroom. Third Edition

Small, Marian

Teachers College Press

الف) طرح سوال از دیدگاهی دیگر

عدد ۱۰، کسری از یک عدد است. این کسر و عدد چه می‌توانند باشند؟

نصف عدد ۲۰، چه عددی می‌شود؟

ب) پرسیدن تفاوتها و شباهتها

معلم دو مورد، دو عدد، دو شکل، دو نمودار، دو احتمال، دو اندازه گیری و غیره را انتخاب می‌کند و علت تشابه و تمایز آنها را می‌پرسد. مثال: معلم می‌تواند بپرسد از چه لحاظ عدد ۸۵ شبیه عدد ۱۰۰ است؟

طرح مسئله

problem posing

برای عبارت زیر مسئله ای طرح کنید و آن را حل کنید:

$$(145 - 75) - 30 =$$

مسئله طرح شده توسط دانش آموز کلاس پنجم (۱۳۸۶):

نادر ۳۰ تومان داشت. او به خواهرش ۱۴۵ تومان و به برادرش ۷۵ تومان داد. چقدر از پول برایش باقی مانده است!!

$$(145 - 75) - 30 = 70 - 30 = 40$$

طرح مسئله ریاضی

24

طرح مسئله ریاضی تولید یک مسئله جدید از یک موقعیت یا تجربه، یا صورت بندی تازه ای از مسائل موجود است (سیلور، ۱۹۹۳ و ۱۹۹۵).

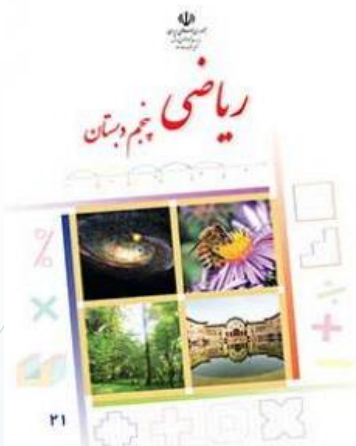
هدف نهایی از آموزش، چه در آموزش ریاضی یا در سایر علوم این است که فراگیران قادر باشند مسائل قابل طرح در عرصه دانش مورد نظر را بهتر حل کنند. **پیشرفت علوم و ریاضیات اغلب به طرح مسائل خوب و معنادار و با ارزش مرتبط است** (کای و هوانگ، ۲۰۱۹).

اهمیت طرح مسئله ریاضی

بسیاری از دانشمندان برجسته تصدیق کرده اند که توانایی طرح سوالات با ارزش در مقایسه با توانایی حل آن ها به یک اندازه در کار علمی آنان نقش ایفا کرده است.

صورتبندی یک مسئله اغلب اساسی تر از حل آن است که ممکن است صرفاً چیزی در حد یک مهارت تجربی یا ریاضی باشد (انیشتن و اینسفلد، ۱۹۳۸).

تجربه کشف و خلق مسئله های ریاضی شخصی باید بخشی از آموزش روزانه دانش آموزان باشد (کیل پاتریک، ۱۹۸۷)



طرح مسئله ریاضی - ریاضی پایه پنجم (۱۳۹۹)

تمرین

۱- در جدول زیر، زمان رسیدن قطار به ایستگاه‌های متروی شهر تهران را می‌بینید. زمان شروع حرکت هر قطار، در جدول زیر نوشته شده است. زمان رسیدن آنها به هر ایستگاه را مشخص کنید.








ایستگاه	شهدید مفتح	شهدید بهشتی	مصلی	شهدید همت	میرداماد
زمان	۱۰:۲۱'				
	۱۱:۴۹'				
	۱۲:۵۵'				

۳ دقیقه ۵ دقیقه ۴ دقیقه ۷ دقیقه

- اگر رضا ساعت ۱۵:۴۸ در ایستگاه شهید بهشتی سوار مترو شود، چه زمانی به ایستگاه میرداماد می‌رسد؟
- با توجه به جدول بالا یک سؤال طرح کنید و به آن پاسخ دهید.

طرح مسئله ریاضی - ریاضی پایه ششم (۱۳۹۹)

۲- در جدول زیر کسر یا عدد مخلوط مناسب را بنویسید و شکل های لازم را رسم یا رنگ کنید. آخرین سطر را به دلخواه خودتان کامل کنید.

واحد	مقدار رنگ شده	عدد مخلوط	کسر
		$3\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$
			$\frac{2}{3}$
		$1\frac{3}{4}$	
			$\frac{14}{5}$
		$3\frac{1}{4}$	

طرح مسئله ریاضی - ریاضی پایه نهم (۱۳۹۹)

کار در کلاس

۱- جاهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری پر کنید که مجموعه‌ها برابر باشند:

$$\left\{ 5, \dots, \frac{2}{5}, 4, \frac{9}{3} \right\} = \left\{ \frac{2}{5}, 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, \dots, \sqrt{25} \right\} \text{ (الف)}$$

$$\left\{ 7, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{2}, \dots, 0/625 \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -0/5, \frac{5}{8}, \dots, -2 \right\} \text{ (ب)}$$

۲- دو مجموعه به نام‌های A و B مانند سؤال بالا طرح کنید. پاسخ خود را با دوستانتان مقایسه کنید.

طرح مسئله ریاضی - ریاضی پایه دهم (۱۳۹۹)

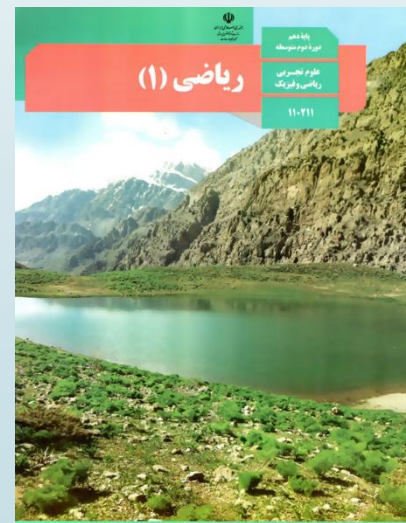
۹ مسئله‌ای طرح کنید که با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب و یا هردوی آنها حل شود و جواب آن به صورت زیر باشد.

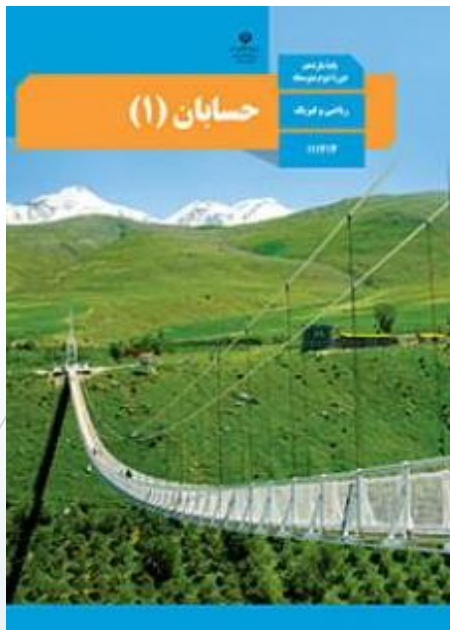
$$2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 35$$

۸ مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ (الف)}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ (ب)}$$





طرح مسئله ریاضی - حسابان (1) یازدهم (۱۳۹۹)

۷ با استفاده از یک تابع خطی و با در دست داشتن طول استخوان بازو (از آرنج تا شانه) می توان طول قد یک انسان بزرگسال را برآورد کرد:

$$M(x) = 2/89x + 70/64$$

تابع خطی برای مردان

$$F(x) = 2/75x + 71/48$$

تابع خطی برای زنان

که در آنها x طول استخوان بازو برحسب سانتی متر است.

الف) اگر طول استخوان بازوی یک مرد ۳۵ سانتی متر باشد، طول قد او چقدر است؟

ب) اگر قد یک مرد ۱۸۵ سانتی متر باشد، طول استخوان بازوی او چقدر است؟

پ) برای تابع $F(x)$ نیز مشابه الف و ب یک سؤال طرح کنید و به آن پاسخ دهید.

طبقه بندی تکالیف طرح مساله: استویانوا (۱۹۹۸) سه دسته از تجارب طرح مسئله را شناسایی کرده است:

(الف) موقعیت های آزاد: در موقعیت آزاد بدون هیچ گونه محدودیت، دانش آموزان مسائل را طرح می کنند.

(ب) موقعیت های نیمه ساختار یافته: موقعیت طرح مسئله نیمه ساختار یافته اشاره به موقعیت هایی دارد که در آن دانش آموزان با مسائل باز پاسخ ارائه شده رو در رو هستند و یا از آنها نوشتن مسائلی که شبیه به مسائل داده شده است و یا نوشتن مسائل بر اساس تصاویر و نمودارهای خاص، خواسته می شود.

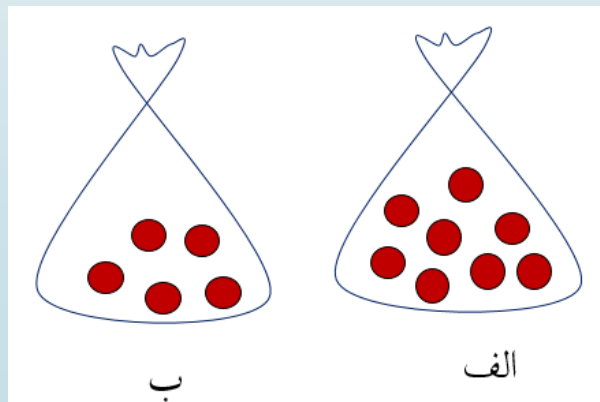
(ج) موقعیت های ساختار یافته ی طرح مسئله: موقعیت های ساختار یافته طرح مسئله اشاره به موقعیت هایی دارد که در آنها دانش آموزان مسائل را با استفاده از فرمول بندی مجدد مسائل از قبل حل شده و یا تغییر شرایط یا سؤالات، طرح می کنند.

مثال هایی از طرح مسئله ریاضی نیمه ساختار یافته

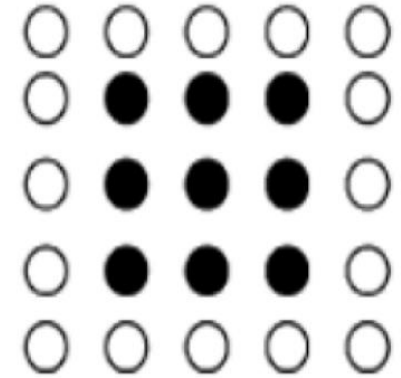
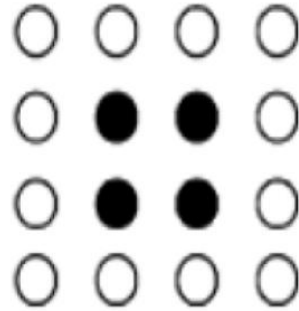
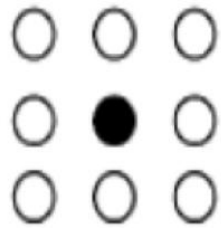
۱. مسئله زیر را تکمیل و حل کنید.

f یک تابع یک به یک است و $f(2) = 5 \dots$

۲. با توجه به شکل یک مسئله در مورد جمع و تفریق بنویسید (غیبی، ۱۳۹۱).



۳. بر اساس الگوی شکلی زیر یک سؤال آسان، متوسط و سخت طرح کنید.



موقعیت های طرح مسئله آزاد

استویانووا (۱۹۹۶) به منظور ترغیب دانش آموزان برای بازتاب روی تجربیات مشخص قبلی شان طرح مسئله آزاد را موقعیت های در نظر می گیرد که در آنها دانش آموزان برای فرد یا افراد دیگری به طرح مسئله می پردازند.

به طور مثال از دانش آموزان خواسته می شود که برای مسابقات ریاضی مسئله طرح کنند یا مسئله ای را طرح کنند که مورد علاقه آن هاست و یا آن را مشکل می پندارند و یا مسئله ای را طرح کنند که قرار است معلم آن را حل کند.

اسکندری، م.، & ریحانی، ا. (۱۳۹۴). بررسی فرایند طرح مسئله در آموزش ریاضی. دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی، ۲(۳)، ۱۱۷-۱۴۰.

موقعیت های نیمه ساختار یافته طرح مسئله:

موقعیت هایی را در بر می گیرند که در آن ها ساختار های ناتمام برای طرح دنباله ای از مسائل مرتبط با یکدیگر ترکیب می شوند. به طور مثال از دانش آموزان خواسته می شود که با استفاده از **مفهوم مثلث قائم الزاویه یا اصل لانه کبوتر یا جایگشت** یک مسئله طرح کنند.

این موقعیت ها همچنین شامل درگیر کردن دانش آموزان با ارائه ساختارهای مسئله ناتمام به آن ها و درخواست برای تولید انواع مسائل قابل طرح بر پایه اطلاعات داده شده است. ساختار های مسئله ناتمام می تواند به وسیله **یک تصویر، یک معادله، یک محاسبه** یا یک نابرابری داده شده باشد.

موقعیت های نیمه ساختار یافته طرح مسئله:

مسئله ای بنویسید که پاسخ آن $2 + \frac{1}{2}$ باشد (غیبی، ۱۳۹۱).

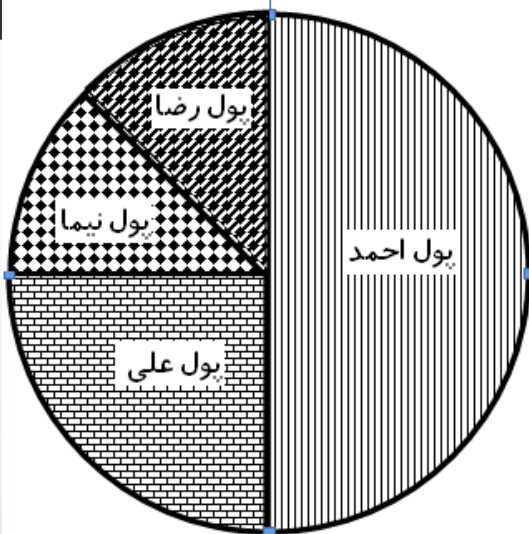
- علی ۲ مداد دارد که $\frac{1}{2}$ آن را به رضا داد. روی هم چه قدر دارند؟
- در یک دریاچه ای ۲ لیتر آب وجود دارد اگر $\frac{1}{2}$ آب هم به آن دریاچه اضافه کرد آن دریاچه چه قدر آب دارد؟
- سارا ۲ تومان پول داشت او از حساب خود $\frac{1}{2}$ از پولایش را برداشت حال سارا در بیرون از بانک چه قدر دارد؟
- علی ۲ کیلو و حمید $\frac{1}{2}$ کیلوگرم وزن دارد. آن ها روی هم چند کیلوگرم وزن دارند؟

موقعیت های نیمه ساختار یافته طرح مسئله:

مسئله ای بنویسید که پاسخ آن $2 + \frac{1}{2}$ باشد.

- محمد 2 متر پارچه داشت. محمد $\frac{1}{2}$ آن را به علی داد بگویید کل پارچه چه قدر است؟
- زهرا $\frac{1}{2}$ و فاطمه $\frac{1}{2}$ از اتاقی را رنگ کردند. آنها روی هم چه قدر رنگ کردند؟
- علی $\frac{1}{2}$ پولش را خرج کرد و محمد 2 برابرش را پول دارد. روی هم هر دوی آنها چه قدر پول داده اند؟
- علی 2000 تومان پول داشت. $\frac{1}{2}$ پولش را خرج کرد و $\frac{1}{2}$ پولش را به خواهرش داد. حساب کنید چه قدر برای علی باقی مانده؟

موقعیت های نیمه ساختار یافته طرح
مسئله (غیبی، ۱۳۹۱)



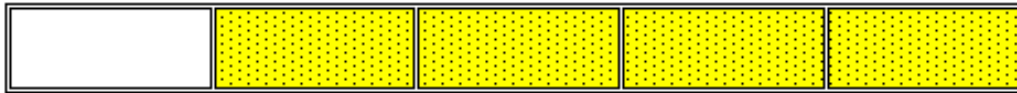
۱. مسئله ای در مورد شکل مقابل بنویسید که در آن از عدد ۲۰۰ استفاده شده باشد. سپس مسئله را حل کنید.

۲. با توجه به شکل زیر یک مسئله مناسب طرح کنید که در آن عبارت "۴۰ کیلومتر" به کار رفته باشد. سپس مسئله را حل کنید.

شهر ب



شهر الف



یک مسئله در دنیای واقعی با اعداد صحیح طرح و سپس آن را حل کنید (کمره ای، ۱۳۹۸).

متوسط دمای شهر کرد در زمستان و پائیز -7 و در بهار $+1$ و در تیر $+3$ و در مرداد و شهریور $+12$ بوده است. میانگین دمای کل سال در شهر کرد چقدر بوده است؟

گاو $+12$ کیلو شیر می‌دهد روز بعد سرما می‌فورد -8 کیلو شیر می‌دهد این گاو در مجموع چقدر شیر داده است؟

کشاورزی -8 گندم می‌کارد و فقط $+4$ رشد می‌کند چه تعداد رشد نکرده بودند؟
 $-8 + 4 = -4$

علیرضا 7 سال دارد و محمود 9 سال از او کمتر است و مجید از حاصل جمع سن علیرضا و محمود 2 سال کمتر است مجید چند سال دارد؟
 $7 - 9 = -2 - 2 = -4$

میزان بارش در شهر یاسوج $+5$ میلیمتر است و در شهر همدان -8 میلیمتر است. اختلاف میزان بارندگی در این دو شهر را حساب کنید.

طرح مسئله دانش آموزان پایه هفتم (نادری، ۱۳۹۳)

عملکرد طرح مساله دانش آموزان در انطباق با دنیای واقعی چگونه است؟

1- در لیوان 40 لیتر آبمیوه است و گنجایش لیوان 60 لیتر است. چند درصد لیوان پر است؟

2- در یک کامیون ده چرخ، با ظرفیت 20 تُنی، 100 هندوانه جای می‌گیرد. در یک کامیون 40 تُنی چند هندوانه جای می‌گیرد؟

3- مریم 4 دست لباس داشت که 5 درصد آن را به دوستش داد برای او چند دست لباس باقی مانده است؟

4- فاصله دو مدرسه، 150 کیلومتر است. اگر دانش‌آموزی در هر دقیقه $\frac{1}{2}$ مسیر را طی کند در چه مدت زمانی به مدرسه دوم می‌رسد؟

اهمیت طرح مسئله

سیلور (۱۹۹۴) استدلال کرده است که برای دانش آموزان باید فرصتهایی فراهم شود تا در طرح مسئله مشارکت کنند زیرا این عمل:

- ✓ وسیله ای برای بهبود حل مسئله دانش آموزان است.
- ✓ راهی برای بهبود شرایط دانش آموزان نسبت به ریاضیات است.
- ✓ درجه ای برای درک ریاضی دانش آموزان می باشد.
- ✓ ویژگی برجسته فعالیت ریاضی است؛
- ✓ ویژگی آموزش پرس و جو محور می باشد؛ و
- ✓ یک ویژگی فعالیت خلاقانه یا توانایی ریاضی است.

آمار کلی شرکت کنندگان مسابقه استانی طرح مسئله ریاضی (۲۶ بهمن ماه ۱۳۹۸)

ردیف	شهرستان / منطقه	پایه ششم		پایه هشتم		پایه دهم		مجموع نهایی(%)
		پسر	دختر	پسر	دختر	پسر	دختر	
۱	بوشهر	۹۷	۲۶۵	۶۶	۱۳۹	۲۰۴	۶۸۵	۱۰۵۲ (۴۵٪)
۲	برازجان	۴۶	۴۲	۳۹	۳۷	-	۱۱۳	۱۶۲ (۵٪)
۳	عسلویه	۱۸	۲۴	۱۵	۱۵	-	۵۷	۹۰ (۴٪)
۴	گناوه	-	۱۳۵	-	۳	-	۱۳۸	۱۳۸ (۷٪)
۵	خارگ	۱۸	۱۳	۶	۴	۳	۲۲	۴۹ (۲٪)
۶	دلوار	۲۶	۱۸	۳۰	۲۰	-	۳۸	۷۲ (۴٪)
۷	شبانکاره	-	۲۱	۱۵	۶۹	۹	۹۰	۱۱۴ (۶٪)
۸	بندر ریگ	۴	۸	۳	۳۲	۳	۴۳	۵۰ (۲٪)
۹	بردخون	-	۲۴	۹	۱۵	۶	۴۵	۶۰ (۳٪)
۱۰	آبپخش	۱۸	۲۷	۳۶	۵۷	-	۱۰۲	۱۵۶ (۸٪)
۱۱	تنگستان	۳۳	۵۷	۶	۲۷	-	۸۴	۱۲۳ (۶٪)
۱۲	جم	۲۲	۳۴	۶۱	۳۱	-	۶۵	۱۴۸ (۷٪)
۱۳	دیر	-	۲۱	-	-	-	۲۱	۲۱ (۱٪)
۱۴	دیلم	-	۵۷	-	-	۶	۵۷	۶۳ (۰,۱٪)
۱۵	سعدآباد	-	۱۲	۴۷	۱۶	-	۴۰	۸۷ (۵٪)
۱۶	کاکي	-	-	۱۸	۱۵	-	۱۵	۳۳ (۱٪)
	مجموع به تفکیک	۲۸۲	۷۵۸	۳۴۸	۶۱۹	۲۲۸	۱۵۸۱	۲۴۳۹
	مجموع نهایی(%)	۱۰۴۰ (۴۳٪)		۹۶۷ (۴۰٪)		۴۳۲ (۱۷٪)		۲۴۳۹

اهمیت طرح مسئله

طرح مسئله تاثیر مثبتی بر توانایی دانش آموزان در حل کردن مسائل کلامی دارد (سیلور ۱۹۹۴ و لیونگ ۱۹۹۶).

طرح مسئله فرصتی را برای رسیدن به یک بصیرت از درک دانش آموزان از مفاهیم و رویه ها فراهم می کند (انگلیش ۱۹۹۷).

انگلیش (۱۹۹۸) ادعا می کند که طرح مسئله تفکر دانش آموزان، مهارت های حل مسئله، نگرش و اعتماد به نفس در ریاضیات را بهبود می بخشد و به دانش آموزان کمک می کند که به درک وسیعی از مفاهیم ریاضی برسند.

طرح مسئله می تواند به عنوان یک فعالیت مرتبط با خلاقیت در نظر گرفته شود (سیلور ۱۹۹۷ و لیونگ ۱۹۹۷).

استفاده از روش های نوآوری برای تولید مسائل جدید (ویسترو-یو، ۲۰۰۹- سنگاپور)

44

مقایسه روش های نوآوری بین داستان گویی و تولید مسئله ریاضی

ویژگی مسئله	نوآوری در مسائل ریاضی	نوآوری در داستان ها
مسئله یک تمرین مشق می شود.	جایگزینی - طرح همان مسئله به وسیله تغییر کمیت ها، مقادیر، واحدها، شکل ها، و غیره.	جانشینی - بازگویی همان داستان اما با انجام چند تغییر ساده مانند اسامی، اشیاء، مکان ها.
مسئله توسعه می یابد و می تواند پیچیده تر شود.	افزایش - طرح همان مسئله اما با اضافه کردن داده یا محدودیتی جدید و یا افزودن یک مانع	افزایش - بازگویی همان داستان اما با اضافه کردن توصیفات، گفتگوها و یا حوادث بیشتر.
مسئله می تواند کاملاً جدید باشد، اما ممکن است برای حل، نیاز باشد از مسئله اصلی به عنوان یک نقطه پرش استفاده شود.	جرح و تعدیل - استفاده از همان داده ها اما با اصلاح مسئله.	تحریف - انجام تغییراتی که دارای پیامدهایی هستند. به عنوان مثال، تغییرات در شخصیت پردازی، نو کردن فضای داستان، تغییر دادن پایان (داستان).
مسئله مرتبط تر می شود اما اساساً مسئله مشابه همان مسئله اصلی است.	زمینه مدار کردن (تغییر بافت) مسئله برای اینکه آن را بیشتر به دانش آموزان مرتبط کند.	دگرگونی - بازگویی داستان در یک ژانر (نوع) متفاوت.
مسئله جالب تر و چالش برانگیزتر و کاملاً متفاوت می شود.	برگرداندن یا معکوس کردن مسئله - طرح مسئله اصلی ولی با در نظر گرفتن هدف نهایی به عنوان داده و داده به عنوان هدف نهایی.	تغییر دیدگاه - بازگویی داستان از دید یک شخصیت متفاوت.
مسئله جدید متفاوت با مسئله اصلی است، اما برای فهم و حل آن، به دانش، مفهوم یا مهارتی که در مسئله اصلی لازم بود، نیاز است.	صورت بندی مجدد - طرح مسئله اصلی در یک نوع متفاوت (به عنوان مثال از یک مسئله اثباتی به مسئله موقعیتی. باتس، ۱۹۸۰ را ببینید)	بازسازی طرح اصلی - استفاده مجدد تنها از الگوی زیرساختی مسئله اصلی.

طرح مسئله ساختار یافته (نادری، ۱۳۹۳)

سوال دوم آزمون: فاصله دو شهر A و B، ۶۰ کیلومتر است. اگر اتومبیلی $\frac{1}{3}$ فاصله از A تا B را طی کند چند کیلومتر از مسیر باقی مانده است؟ (موقعیت ساختار یافته)

پاسخ:



مسافت طی شده	$60 \div 3 = 20$
مسافت باقی مانده	$60 - 20 = 40$

با توجه به این مساله هر تعداد مسئله جدید و دشوارتر که می توانید بسازید.

درصد فراوانی	فراوانی	نمونه	نوع دسته
۸۱٪	۵۲۶	فاصله دو شهر A و B، ۱۰ کیلومتر است. اگر شخصی با دوچرخه $\frac{۲}{۳}$ آن را از A تا B طی کند. چند کیلومتر از مسیر باقی می‌ماند؟ چند کیلومتر را طی کرده است؟ ^۵	جایگزینی
۴٪	۲۱	فاصله شهر زنجان تا تبریز ۶۰۰ کیلومتر است اگر اتومبیلی $\frac{۱}{۳}$ آن مسیر را در ۲ ساعت طی کرده باشد. آن اتوبوس بقیه مسیر را در چند ساعت طی می‌کند؟ و چقدر مانده تا به مقصد برسد؟	افزایش
۳٪	۱۷	علی در حال دویدن در پیست دو میدانی است او از $\frac{۱}{۵}$ راه فقط $\frac{۲}{۵}$ راه را رفته است. چقدر باید برود تا بتواند پیست ۵ کیلومتری را تمام کند؟	جرح و تعدیل
۷٪	۴۵	طول یک خودکار ۳۰ سانتی متر است و $\frac{۱}{۵}$ جوهر آن تمام شده است. حالا چقدر جوهر در این خودکار باقی مانده است؟	بافتمند کردن مساله
۲٪	۱۶	دوچرخه سواری از سبزدشت تا تهران را ۲۰ کیلومتر طی کرده است. او ۴۰ کیلومتر را باید هنوز طی کند. کل مسافت را محاسبه کنید.	برگرداندن یا معکوس کردن مساله
۳٪	۱۹	یک فرد برای آمادگی در مسابقات دوندگی به زمین بازی می‌رود و زمین را دور می‌زند و هر ۲ کیلومتر که می‌رود استراحت می‌کند این فرد با ۵ بار استراحت کردن توانست زمین را دور بزند. زمین بازی چند کیلومتر بوده است؟	صورت‌بندی مجدد

مؤلفه‌های خلاقیت ریاضی (سیف، ۱۳۸۶):

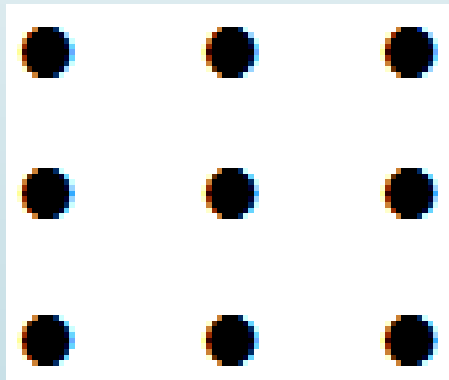
سیالی (روانی): به کمیت اندیشه‌های فرد، مثلاً تعداد پاسخ‌هایی که در یک زمان معین به یک سؤال می‌دهد اشاره می‌کند.

انعطاف‌پذیری: به تنوع پاسخ‌ها و غیرقابلی بودن آنها اشاره می‌کند (تولید اندیشه‌ها و راه‌حل‌های متنوع در یک مساله)

بکر بودن (تازگی، اصالت): راه‌حل‌های منحصر بفرد و نو

بررسی مولفه های خلاقیت در طرح مسئله

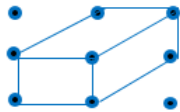
شکل زیر را در نظر بگیرید و هر تعداد مسأله که می توانید طرح کنید.
سپس آن ها را حل کنید (نادری، ۱۳۹۳ و فلاح ۱۳۹۵).



بررسی مولفه های خلاقیت در طرح مسئله دانش آموزان (نادری، ۱۳۹۳)

بررسی مولفه سوم خلاقیت (بکر بودن)

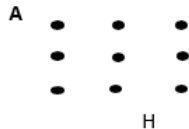
۱- مساحت قاعده مکعب زیر را بدست آورید.



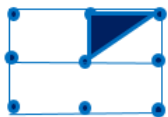
۲- اگر خانه علی در نقطه پایین سمت چپ اولین نقطه باشد و مدرسه او در اولین نقطه از سمت راست بالا باشد. در کمترین مسیر چه مقدار راه پیموده می شود؟

۳- ما در شکل روبرو تعدادی دایره داریم. این دایره ها ۹ عدد است. آیا تو می توانی شمارنده های عدد ۹ را بدست آوری و عدد اول آن را مشخص کنی؟

۴- اگر قرار باشد از نقطه **A** تا نقطه **H** حرکت کرد به چند حالت می توان حرکت کرد. مشخص کنید.

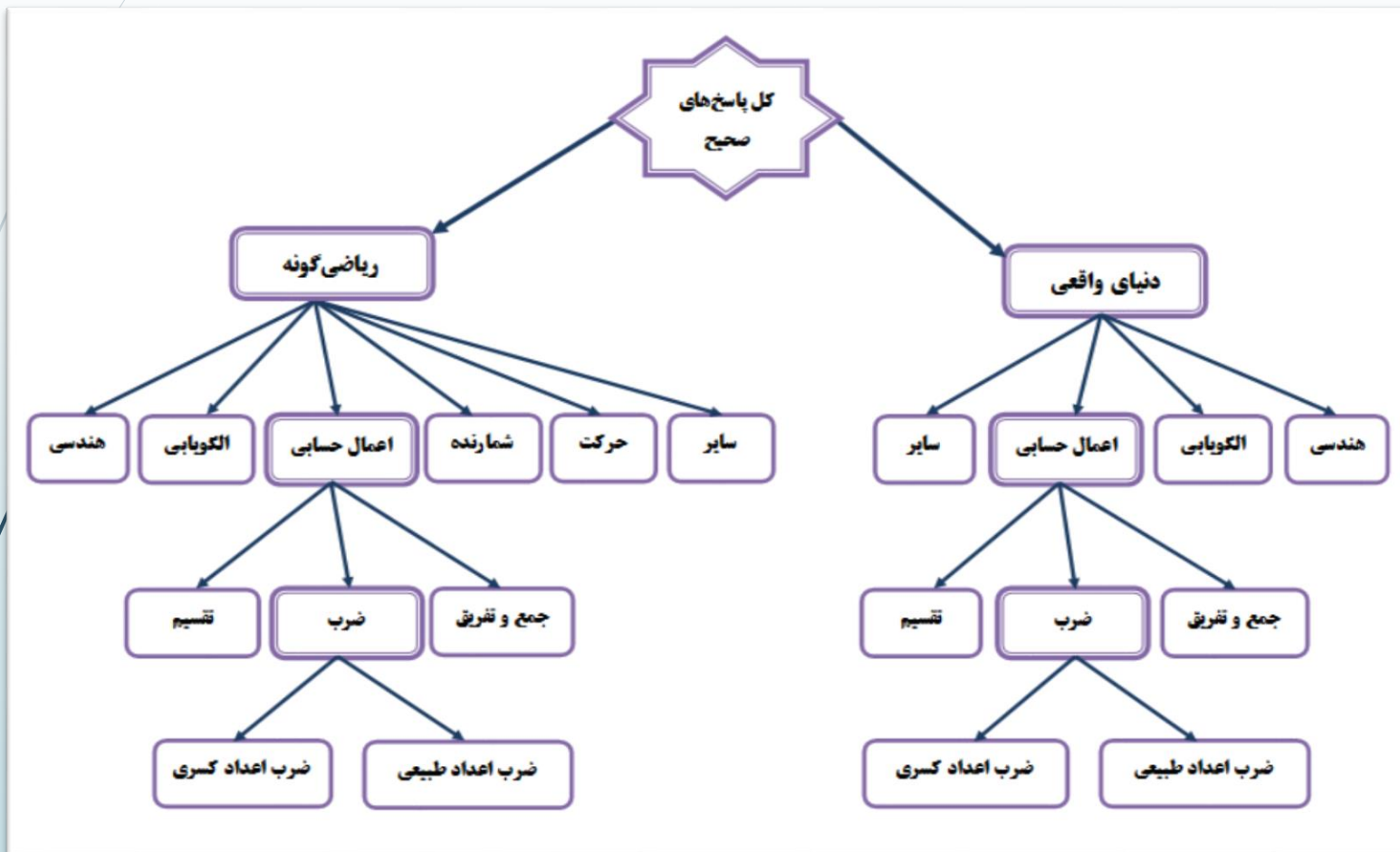


۵- چه کسری از شکل رنگ نشده است؟

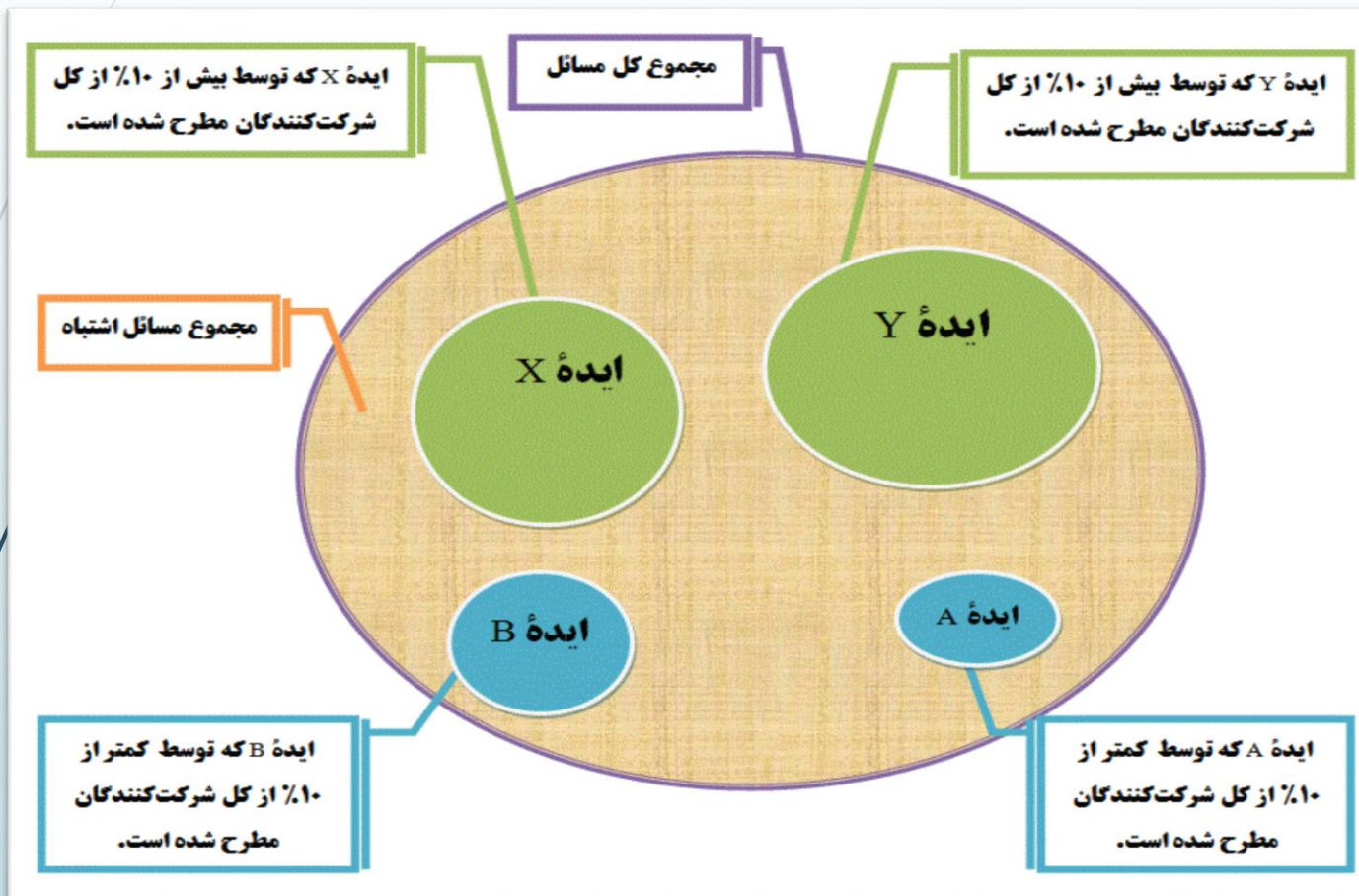


چارچوبی برای بررسی مسائل طرح شده توسط معلمان (فلاح، ۱۳۹۵)

50



در این چارچوب مفهومی به نام "ایده" وجود دارد. ایده به معنای فکر و اندیشه است. زمانی می‌توان ادعا کرد که ایده جدیدی خلق شده است که تفکری متفاوت نسبت به تفکرات قبلی ارائه شود.



چارچوب ارائه شده توسط بونوتو و دال سانتو (۲۰۱۵)

برخی از ایده های مطرح شده توسط معلمان

52

ایده ۱	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به جواب 2×2 است.
ایده ۲	الگو	مثال	✓	در یک کلاس سه نیمکت وجود دارد، در هر نیمکت سه نفر نشسته‌اند این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟
ایده ۳	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به جواب نه تقسیم بر سه می‌شود.
ایده ۴	الگو	مثال	✓	سارا ۹ شاخه گل خریده است. او می‌خواهد گل‌ها را به طور مساوی در سه گلدان بکارد در هر گلدان چند گل باید بکارد؟
ایده ۵	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به رسم تعداد مشخصی مثلث یا چهارضلعی تحت شرایطی می‌شود.
ایده ۶	الگو	مثال	✓	با در نظر گرفتن نقطه‌های شکل بالا دو مثلث قائم‌الزاویه برابر رسم کنید.
ایده ۷	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به جمع یا تفریق دو یا چند عدد می‌شود.
ایده ۸	الگو	مثال	✓	علی پنج شکلات دارد و زهرا چهار شکلات دارد، آنها روی هم چند شکلات دارند؟
ایده ۹	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به پیدا کردن تعداد به نوع چهارضلعی مثلا مربع یا مثلث می‌شود.
ایده ۱۰	الگو	مثال	✓	در شکل زیر چند مربع می‌توان رسم کرد که رأس‌های آن چهار نقطه از نقطه‌های بالا باشد؟
ایده ۱۱	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به تشکیل یک معادله یا حل یک معادله می‌شود.
ایده ۱۲	الگو	مثال	✓	مثال ۴ جای خالی را پر کنید؟ $4 + \dots = 9$
ایده ۱۳	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به پیدا کردن تعداد رمز گوشی می‌شود.
ایده ۱۴	الگو	مثال	✓	فرض کنید شکل فوق رمز گوشی شماست به چند شکل می‌توانید رمزگذاری کنید؟ (فقط یکبار حق عبور از هر نقطه را دارید)
ایده ۱۵	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به محاسبه نسبتی از شکل می‌شود.
ایده ۱۶	الگو	مثال	✓	ثلث نقطه‌های بالا را محاسبه کنید.
ایده ۱۷	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به وصل کردن همه نقاط به هم یا دو نقطه مشخص بدون عبور تکراری از نقاط شود.
ایده ۱۸	الگو	مثال	✓	نقطه‌های روبرو را طوری بهم وصل کنید که از روی هر نقطه فقط یکبار عبور کند.
ایده ۱۹	الگو	مثال	✓	مسأله‌ای که حل آن منجر به پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر ممکن بین دو نقطه می‌شود.
ایده ۲۰	الگو	مثال	✓	کوتاه‌ترین مسیر ممکن بین دو نقطه A و B را بیابید.

دیدگاه دانش آموزان در مورد طرح مسئله (اسکندری، ۱۳۹۲)

جدول ۷: نمونه‌هایی از پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات پرسشنامه

شماره سؤال	پاسخ دانش‌آموز
۱ (مواجهه با موقعیت طرح مسئله)	<p>الف- اولین باری که مسئله طرح کردم تقریباً می‌شد گفت که خیلی خیلی این کارو دشوار می‌دونستم چرا که تا اون موقع، مسئله‌ای طرح نکرده بودم.</p> <p>ب- یه کم احساس می‌کردم مسئولیتی روی دوشم است که احساس طقرباً [تقرباً] خوبی بود و یه ذره ترسیدم.</p> <p>پ- من از کلاس اول ابتدایی تا الان اولین باری بود که با [این نوع] مسئله‌ها روبرو شدم خیلی تعجب کردم.</p> <p>ت- تعجب کردم و گفتم چرا من باید مسئله طرح کنم و حسابی عصبی شدم و از معلم خیلی ناراحت شدم.</p> <p>ث- اعصابم خورد شد و گفتم اصلاً ما که در این چند سال با حل مسئله و طرح مسئله کاری نداشتیم.</p>

استفاده از روش های نوآوری برای تولید مسائل جدید (ویسترو-یو، ۲۰۰۹- سنگاپور)

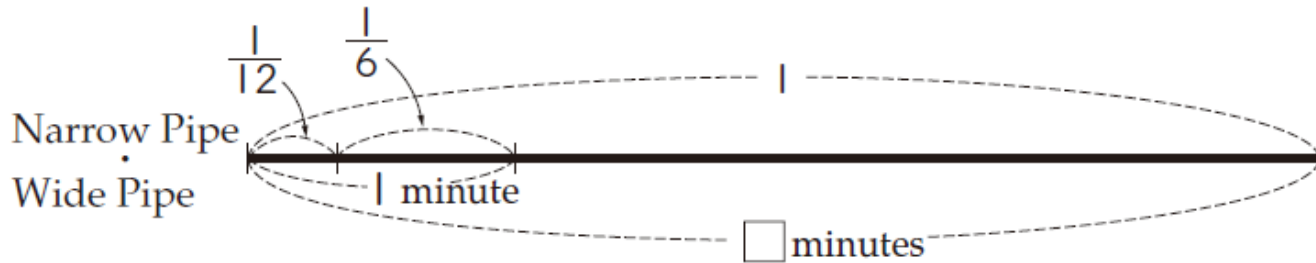
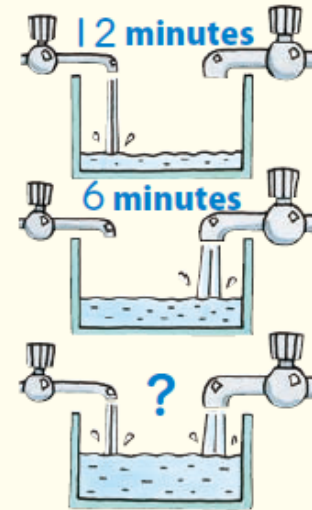
مسئله اصلی: دو شیر آب، هر یک به تنهایی به ترتیب در ۶ و ۱۲ دقیقه یک مخزن آب را پر می کنند. اگر این دو شیر با هم باز باشند، مخزن در چند دقیقه پر از آب می شود؟

2 It took 12 minutes to fill a water tank using a narrow pipe. When we used a wide pipe, it took only 6 minutes.

If we use both the narrow and the wide pipes at the same time, how long will it take to fill the water tank?



Consider the whole to be 1.



مسئله یک تمرین می شود.	جایگزینی - طرح مسئله مشابه اما با تغییر کمیت ها، مقادیر، واحدها، اشکال، و غیره	جانشینی (جایگزینی) - بازگویی همان داستان اما با تولید چند تغییر ساده مانند نام ها، اشیاء، مکان ها
------------------------	--------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------

مسئله اصلی: دو شیر آب، هر یک به تنهایی به ترتیب در ۶ و ۱۲ دقیقه یک مخزن آب را پر می کنند. اگر این دو شیر با هم باز باشند، مخزن در چند دقیقه پر از آب می شود؟

مسئله جدید (۱): دو شیر آب، هر یک به تنهایی به ترتیب در ۴ و ۶ ساعت یک مخزن آب را پر می کنند. اگر این دو شیر با هم باز باشند، مخزن در چند ساعت پر از آب می شود؟

تغییر شکل:

→ کارکرد شیر کوچکتر در یک دقیقه

→ کارکرد شیر بزرگتر در یک دقیقه

<p>مسئله گسترش یافته و می تواند پیچیده تر شود.</p>	<p>افزایشی - طرح مسئله مشابه اما با اضافه کردن داده ها یا شرایط جدید و یا اضافه کردن یک مانع</p>	<p>افزایش - بازگویی همان داستان اما با اضافه کردن توصیف، گفتگو و یا حوادث</p>
----------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------

مسئله جدید (۲): سه شیر آب برای پر کردن یک مخزن استفاده می شود. هر یک از شیرها به ترتیب در ۶ و ۲ و ۴ دقیقه مخزن را پر از آب می کنند. هر سه شیر با هم در چند دقیقه مخزن را پر از آب می کنند؟

مسئله جدید (۲): سه شیر آب برای پر کردن یک مخزن استفاده می شود. هر یک از شیرها به ترتیب در ۶ و ۲ و ۴ دقیقه مخزن را پر از آب می کنند. اگر شیر سوم یک دقیقه پس از شیرهای اول و دوم باز شود، در مجموع هر سه شیر با هم در چند دقیقه مخزن را پر از آب می کنند؟

<p>مسئله می تواند کاملا جدید باشد اما ممکن است هنوز قابل حل با استفاده از مسئله اصلی به عنوان یک نقطه جهش باشد.</p>	<p>اصلاح - در نظر گرفتن داده های مشابه اما با اصلاح مسئله</p>	<p>تغییر (جرح و تعدیل) - تولید تغییراتی که بازتاب دارد، به عنوان مثال تغییر خصوصیات، به روز کردن تنظیمات، تغییر در پایان (انتهای داستان)</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

مسئله جدید (۳): سه شیر آب باهم در مدت **۲ دقیقه**، مخزن را پر از آب می کنند. **سرعت پر کردن شیر اول دو برابر شیر دوم است** و شیر دوم به تنهایی در **۴ دقیقه** مخزن را پر از آب می کند. **هر یک از شیرهای اول و دوم به تنهایی در چند دقیقه مخزن را پر از آب می کنند؟**

خطاهای محاسباتی و «بدفهمی ها»

خطاهای محاسباتی و بی‌دقتی، نظام‌مند (قابل پیش‌بینی) نیستند و ما عنوان «اشتباه» را به آن‌ها اختصاص می‌دهیم. اشتباهات معمولاً خطاهایی هستند که در اثر بی‌دقتی رخ می‌دهند. هنگامی که معلم از دانش‌آموز می‌خواهد پاسخ‌هایش را بیازماید یا مجدداً محاسباتش را نگاه کند، چنانچه دانش‌آموز مفهوم تدریس شده را به خوبی درک کرده باشد، متوجه آن اشتباه می‌شود (باتل، ۱۳۸۹).

ولی خطاهای نظام‌مند که تحت عنوان «بدفهمی» شناخته می‌شوند، معمولاً زمانی رخ می‌دهند که در حالت خاص، ایده‌هایی در ذهن دانش‌آموز ایجاد می‌شود و سپس دانش‌آموز در حالت کلی این ایده‌ها را به طور نادرست تعمیم می‌دهد (سویگور، ۲۰۰۸). بدفهمی دانش‌آموزان ممکن است از تجربیات و دانسته‌های پیشین آن‌ها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و بطور جدی توسط دانش‌آموزان حفظ شود و لذا نتایج حاصل از یادگیری آن‌ها را به تأخیر اندازد.

۹ ردیف صندوق داریم. هر ردیف ۱۵ صندوقی دارد. کدام یک از عبارات های زیر تعداد کل صندوقی ها را نشان می دهد؟

الف $۱۵ \div ۹$

ب $۱۵ - ۹$

ج ۱۵×۹

د $۱۵ + ۹$

د			ج			ب			الف			کد
2003	2007	2011	2003	2007	2011	2003	2007	2011	2003	2007	2011	
۲۱,۲	۱۹,۷	-	۴۸,۱	۵۱,۶	-	۳,۳	۳,۳	-	۲۳,۱	۲۱,۹	-	ایران
۹,۲	۱۰,۵	-	۷۰,۹	۶۷,۶	-	۴,۰	۴,۶	-	۱۳,۱	۱۳,۱	-	مقیاس بین المللی

کدام یک از کسرهای زیر از $\frac{1}{2}$ بزرگتر است؟

الف $\frac{2}{5}$

ب $\frac{2}{6}$

ج $\frac{2}{8}$

د $\frac{2}{10}$

کدام یک از کسرهای زیر از $\frac{1}{3}$ بزرگ‌تر است؟

الف $\frac{2}{5}$

ب $\frac{2}{6}$

ج $\frac{2}{8}$

د $\frac{2}{10}$

د			ج			ب			الف			کد
۲۰۰	۲۰۰	۲۰۱۱	۲۰۰۳	۲۰۰	۲۰۱۱	۲۰۰۳	۲۰۰	۲۰۱۱	۲۰۰۳	۲۰۰	۲۰۱۱	
۳	۷			۷			۷			۷		
۴۸,۳	۵۰,۸	۴۷	۴,۳	۴,۵	۶,۲	۸,۴	۸,۶	۹,۹	۳۷,۷	۲۹,۷	۳۳,۳	ایران
۳۱,۴	۳۳,۶	۳۲	۵,۴	۶,۵	۶,۱	۹,۱	۹,۳	۱۰,۸	۴۷,۸	۴۴,۱	۴۶,۱	مقیاس بین المللی

بدفهمی ها، ریاضیات پایه نهم (۱۳۹۹)

تمرین

۱- برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

$$\text{الف) } 3^{-2} \begin{cases} \frac{1}{9} \\ -6 \end{cases}$$

$$\text{ب) } 3^{-1} \begin{cases} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{ج) } 3^{-1} \times 4^{-1} \begin{cases} 12^{-1} \\ 7^{-1} \end{cases}$$

$$\text{د) } 3^{-1} + 4^{-1} \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \\ 7^{-1} \end{cases}$$

$$\text{ه) } 5^{-2} \begin{cases} -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{25} \end{cases}$$

$$\text{و) } (-2)^3 \begin{cases} 3^{-2} \\ -8 \end{cases}$$

بدفهمی ها، ریاضیات پایه پنجم (۱۳۹۹)

۵- کدام یک از تساوی های زیر درست است؟ توضیح دهید.

$$2\frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$2\frac{3}{5} = \frac{23}{5}$$

$$2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$$

$$2\frac{3}{5} = \frac{10}{5}$$

۶- حاصل $3\frac{1}{5} - \frac{2}{5}$ به سه روش حساب شده است. کدام یک از آن ها **نادرست** است؟ توضیح دهید.

$$3\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = 2\frac{6}{5} - \frac{2}{5} = 2\frac{4}{5}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = 3\frac{1}{5}$$

$$3\frac{1}{5} - \frac{2}{5} = \frac{16}{5} - \frac{2}{5} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$$

یادشان زمزمه نیمه شب مستان باد (هفته دفاع مقدس گرامی باد)

64

